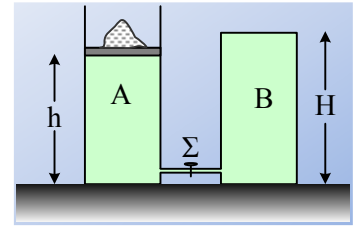


Αν ανοίξουμε την στρόφιγγα...

Δύο κυλινδρικά δοχεία A και B με επικοινωνούν με σωλήνα αμελητέου πάχους και έχουν το ίδιο εμβαδόν βάσης $A=90\text{cm}^2$. Το δοχείο A κλείνεται με αβαρές έμβολο, ενώ το B είναι κλειστό. Αρχικά οι όγκοι των δύο δοχείων είναι ίσοι, με ύψος δοχείων $H=40\text{cm}$. Στον σωλήνα σύνδεσης έχει προσαρμοστεί στρόφιγγα, η οποία αρχικά είναι ανοικτή. Κλείνουμε την στρόφιγγα



και στη συνέχεια προσθέτουμε πάνω στο έμβολο σιγά-σιγά άμμο με αποτέλεσμα το έμβολο να κατέβει κατά 4cm . Τα τοιχώματα των δοχείων είναι αγωγίμα, οπότε η θερμοκρασία δεν μεταβάλλεται στη διάρκεια του πειράματος.

i) Να βρεθεί το βάρος της άμμου που προσθέσαμε πάνω στο έμβολο.

ii) Ανοίγουμε την στρόφιγγα. Να βρεθεί η τελική θέση του εμβόλου.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$.

Απάντηση:

i) Η μεταβολή που πραγματοποιεί το αέριο του δοχείου A με την προσθήκη της άμμου, είναι μια ισόθερμη συμπίεση, για την οποία ισχύει ο νόμος του Boyle:

$$P_{αρχ} \cdot V_{αρχ} = P_{τελ} \cdot V_{τελ}$$

Όπου $p_{αρχ}=p_{at}$, ενώ το τελικό ύψος του κυλίνδρου A είναι $h=36\text{cm}$ οπότε:

$$p_{τελ} = \frac{p_{at} \cdot AH}{Ah} = p_{at} \frac{H}{h} = \frac{10}{9} p_{at}$$

Αλλά, στην τελική κατάσταση, οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο-άμμο έχουν σημειωθεί στο σχήμα, όπου F_{at} η δύναμη από την ατμόσφαιρα, w το βάρος της άμμου και F η δύναμη που ασκεί το αέριο στο έμβολο. Το έμβολο ισορροπεί οπότε:

$$\Sigma F=0 \text{ ή}$$

$$F=F_{at}+w \rightarrow$$

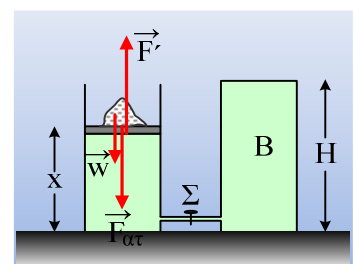
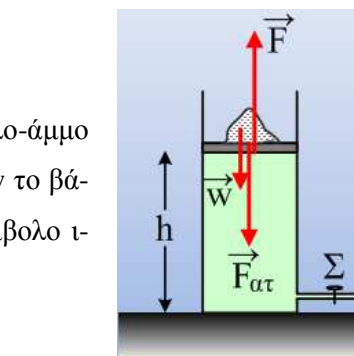
$$p_{τελ} \cdot A=p_{at} \cdot A+w \rightarrow$$

$$w = (p_{τελ} - p_{at})A = \left(\frac{10}{9} p_{at} - p_{at} \right) A = \frac{1}{9} p_{at} A \rightarrow$$

$$w = \frac{1}{9} p_{at} A = \frac{1}{9} \cdot 10^5 \cdot 90 \cdot 10^{-4} \text{ N} = 100 \text{ N}$$

ii) Όταν ανοίξουμε την στρόφιγγα, έχουμε πλέον ένα αέριο και έστω x το ύψος του κυλίνδρου A που κλείνεται με το έμβολο.

Στην αρχική κατάσταση τα δύο δοχεία είχαν τον ίδιο όγκο, ενώ το έμβολο είναι αβαρές, συνεπώς η πίεση του αερίου είναι ίση με την ατμοσφαιρική, οπότε η καταστατική εξίσωση δίνει:



$$P_{ατ} \cdot V_{ολ} = n_{ολ}RT \quad (1)$$

Στην τελική κατάσταση, με την άμμο πάνω στο έμβολο, η τελική πίεση του αερίου είναι

$$P_{τελ} = \frac{10}{9} P_{ατ}, \text{ αφού το έμβολο ισορροπεί και η καταστατική εξίσωση δίνει:}$$

$$P_{τελ} \cdot V_{ολ} = n_{ολ}RT \quad (2)$$

με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{P_{ατ} \cdot 2AH}{P_{τελ} \cdot (AH + Ax)} = \frac{n_{ολ}RT}{n_{ολ}RT} \rightarrow$$

$$\frac{P_{ατ} \cdot 2AH}{P_{τελ} \cdot (AH + Ax)} = 1 \rightarrow$$

$$P_{ατ} \cdot 2AH = P_{τελ} \cdot (AH + Ax) \quad (3)$$

$$P_{ατ} \cdot 2H = \frac{10}{9} P_{ατ} \cdot (H + x)$$

$$x = \frac{18}{10} H - H = 0,8H = 32cm$$

Σχόλιο:

Η σχέση (3) μας λέει ότι μεταξύ της αρχικής κατάστασης και της τελικής, αφού η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, ισχύει ο νόμος του Boyle.

dmargaris@sch.gr