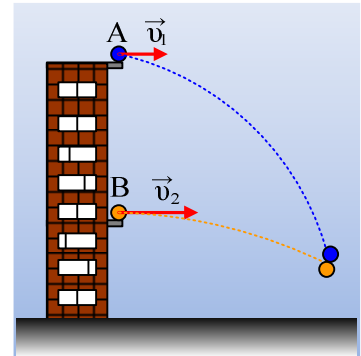


Δεν υπάρχουν μόνο δύο άξονες!

Για τους μαθητές της Θετικής και Τεχνολογικής κατεύθυνσης

Από την ταράτσα ενός ψηλού κτηρίου σε ύψος $H=60m$ εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα $v_1=5m/s$, τη στιγμή $t=0$. Μετά από λίγο, τη στιγμή $t_1=2s$, εκτοξεύεται επίσης οριζόντια μια δεύτερη μπάλα B, από ένα μπαλκόνι σε ύψος $h=20m$, με αποτέλεσμα οι δυο μπάλες να συγκρούονται, πριν φτάσουν στο έδαφος.



- i) Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση τα δύο σώματα συγκρούονται.
- ii) Ποια η αρχική ταχύτητα v_2 της B μπάλας;

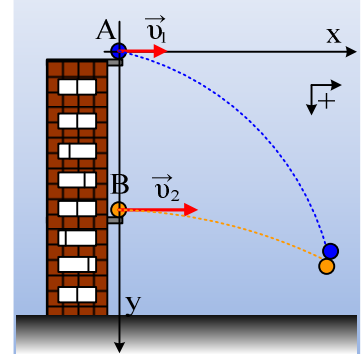
Οι απαντήσεις να δοθούν θεωρώντας αρχή των αξόνων:

- A) Την αρχική θέση της μπάλας A.
- B) Την αρχική θέση της μπάλας B.
- Γ) Το σημείο του εδάφους, που βρίσκεται στην κατακόρυφο που περνά από την αρχική θέση της A μπάλας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g=10m/s^2$.

Απάντηση

A) Θεωρούμε το σύστημα αξόνων του διπλανού σχήματος. Προφανώς η A μπάλα ξεκινά την κίνησή της από την θέση $(0,0)$, ενώ η B από την θέση $(0,40m)$. Θεωρώντας την κίνηση κάθε σώματος αποτελούμενη από μια ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και μια ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη, έχουμε τις εξισώσεις:



	μπάλα A	μπάλα B.
Άξονας x	$v_{Ax}=v_1$ (1)	$v_{Bx}=v_2$ (5)
	$x=v_1t$ (2)	$x=v_2(t-t_1)$ (6)
Άξονας y	$v_y=gt$ (3)	$v_y=g(t-t_1)$ (7)
	$y= \frac{1}{2} gt^2$ (4)	$y=y_{oB}+ \frac{1}{2} g(t-t_1)^2$ (8)

Όπου $t_1=2s$ η χρονική καθυστέρηση της B μπάλας και $y_{oB}=40m$ η αρχική της θέση.

- i) Τη στιγμή της συνάντησης έχουμε $y_A=y_B$ και με αντικατάσταση:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} gt^2 &= y_{oB}+ \frac{1}{2} g(t-t_1)^2 \quad \text{ή} \\ \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 &= 40+ \frac{1}{2} 10 \cdot (t-2)^2 \quad \text{ή} \\ t^2 &= 8+t^2-4t+4 \quad \text{ή} \\ t &= 3s. \end{aligned}$$

Οι δυο μπάλες δηλαδή θα συγκρουστούν τη στιγμή $t=3s$. Για την θέση σύγκρουσης εξάλλου έχουμε:

$$x=v_1t = 15m \text{ και } y= \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 m = 45m$$

Δηλαδή σε ένα σημείο 15m δεξιά των σημείων εκτόξευσης και σε ύψος $h=60m-45m=15m$, από το έδαφος.

ii) Από την εξίσωση (6) παίρνουμε:

$$x=v_2(t-t_1) \rightarrow v_2 = \frac{x}{t-t_1} = \frac{15m}{3s-2s} = 15m/s$$

B) Έστω το σύστημα αξόνων x,y του διπλανού σχήματος. Προφανώς τώρα η A ξεκινά την κίνησή της από τη θέση $y_{oA} = -40m$. Οι εξισώσεις τώρα γράφονται:

	μπάλα A	μπάλα B.
Άξονας x	$v_{Ax}=v_1$ (1)	$v_{Bx}=v_2$ (5)
	$x=v_1t$ (2)	$x=v_2(t-t_1)$ (6)
Άξονας y	$v_y=gt$ (3)	$v_y=g(t-t_1)$ (7)
	$y=y_{oA} + \frac{1}{2}gt^2$ (4)	$y=\frac{1}{2}g(t-t_1)^2$ (8)

i) Τη στιγμή της συνάντησης έχουμε $y_A=y_B$ και με αντικατάσταση:

$$y_{oA} + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g(t-t_1)^2 \quad \text{ή}$$

$$-40 + \frac{1}{2}10 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t-2)^2 \quad \text{ή}$$

$$t=3s.$$

Για την θέση σύγκρουσης εξάλλου έχουμε:

$$x=v_1t=15m \text{ και } y=y_{oA} + \frac{1}{2}gt^2 = -40m + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2m = 5m$$

Δηλαδή σε ένα σημείο 15m δεξιά των σημείων εκτόξευσης και σε ύψος $h=20m-5m=15m$, από το έδαφος.

ii) Από την εξίσωση (6) παίρνουμε:

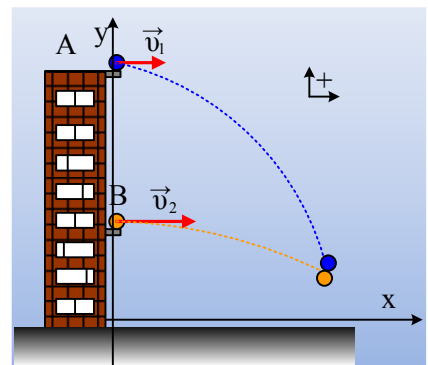
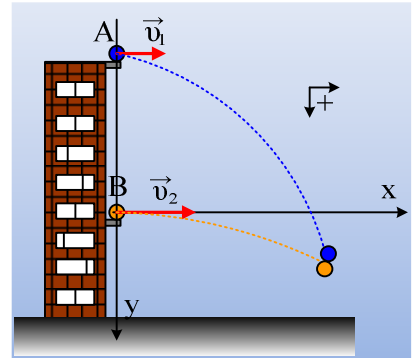
$$x=v_2(t-t_1) \rightarrow v_2 = \frac{x}{t-t_1} = \frac{15m}{3s-2s} = 15m/s$$

Γ) Έστω τώρα το σύστημα αξόνων του διπλανού σχήματος, όπου έχουμε αλλάξει και τον προσανατολισμό του άξονα y. Οι μπάλες A και B τώρα ξεκινούν από τις θέσεις $(0,y_{oA})=(0,60m)$ και $(0,y_{oB})=(0,20m)$ αντίστοιχα. Για την κίνησή τους ισχύουν:

	μπάλα A	μπάλα B.
Άξονας x	$v_{Ax}=v_1$ (1)	$v_{Bx}=v_2$ (5)
	$x=v_1t$ (2)	$x=v_2(t-t_1)$ (6)
Άξονας y	$v_y = -gt$ (3)	$v_y = -g(t-t_1)$ (7)
	$y=y_{oA} - \frac{1}{2}gt^2$ (4)	$y=y_{oB} - \frac{1}{2}g(t-t_1)^2$ (8)

i) Τη στιγμή της συνάντησης έχουμε $y_A=y_B$ και με αντικατάσταση:

$$y_{oA} - \frac{1}{2}gt^2 = y_{oB} - \frac{1}{2}g(t-t_1)^2 \quad \text{ή}$$



$$60 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 20 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t-2)^2 \text{ ή}$$
$$t=3s.$$

Για την θέση σύγκρουσης εξάλλου έχουμε:

$$x=v_1 t = 15m \text{ και } y=y_{0A} - \frac{1}{2} g t^2 = 60m - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 m = 15m$$

Δηλαδή σε ένα σημείο 15m δεξιά των σημείων εκτόξευσης και σε ύψος $h=15m$, από το έδαφος.

ii) Όμοια από την εξίσωση (6) παίρνουμε:

$$x=v_2(t-t_1) \rightarrow v_2 = \frac{x}{t-t_1} = \frac{15m}{3s-2s} = 15m/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης