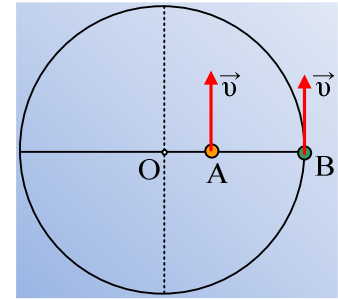


Δύο κινητά σε ομόκεντρους κύκλους

Δυο σώματα Α και Β ξεκινούν ταυτόχρονα όπως στο σχήμα, να κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες 1m και 2,5m, με το ίδιο κέντρο Ο και με ταχύτητες ίσων μέτρων $v_1=v_2=v=3\text{m/s}$.



- i) Σε πόσο χρόνο για πρώτη φορά, οι επιβατικές του ακτίνες σχηματίζουν γωνία 90° ;
- ii) Σε πόσο χρόνο οι επιβατικές τους ακτίνες θα συμπέσουν για πρώτη φορά;
- iii) Σε πόσο χρόνο, επίσης για πρώτη φορά, τα δυο σώματα θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις;

Απάντηση:

Τα δυο σώματα έχουν ίσων μέτρων γραμμικές ταχύτητες, αλλά διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες:

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{3\text{m/s}}{1\text{m}} = 3\text{rad/s} \text{ και}$$

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{3\text{m/s}}{2,5\text{m}} = 1,2\text{rad/s}$$

Σε χρόνο t τα σώματα έχουν διαγράψει γωνίες:

$$\theta_1 = \omega_1 t \quad (1) \quad \text{και} \quad \theta_2 = \omega_2 t \quad (2)$$

- i) Τη στιγμή που οι ακτίνες τους είναι κάθετες θα ισχύει $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$, οπότε με αντικατάσταση των (1) και (2) παίρνουμε:

$$\omega_1 t - \omega_2 t = \Delta\theta \rightarrow t = \frac{\Delta\theta}{\omega_1 - \omega_2} \quad (3)$$

$$t_1 = \frac{\Delta\theta}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}{(3 - 1,2) \text{ rad/s}} = \frac{\pi}{3,6} \text{ s} \approx 0,87 \text{ s}$$

- ii) Τη στιγμή που οι επιβατικές ακτίνες θα συμπέσουν για πρώτη φορά, το Α σώμα θα έχει κάνει μια περιστροφή παραπάνω από το Β, δηλαδή $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ και με αντικατάσταση στην (3) έχουμε:

$$t_2 = \frac{\Delta\theta}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{2\pi \text{ rad}}{(3 - 1,2) \text{ rad/s}} = \frac{\pi}{0,9} \text{ s} \approx 3,49 \text{ s}$$

- iii) Οι περίοδοι των δύο κινητών είναι:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3} \text{ s} \quad \text{και} \quad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{1,2} \text{ s} = \frac{5\pi}{3} \text{ s}$$

Η χρονική στιγμή που τα δύο κινητά θα βρεθούν στις αρχικές τους θέσεις, θα είναι πολλαπλάσιο και της περιόδου του Α κινητού και της περιόδου του δεύτερου, αφού και τα δύο κινητά θα έχουν εκτελέσει ακέραιο πλήθος περιστροφών. Αλλά αφού θέλουμε την πρώτη φορά, θα είναι το ελάχιστον κοινό

πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των δύο περιόδων, δηλαδή:

$$t_3 = \frac{10\pi}{3} s$$

Σχόλια:

i) Τη στιγμή t_1 , οι γωνίες που έχουν διαγράψει τα κινητά είναι:

$$\theta_1 = \omega_1 t_1 = 3 \frac{\pi}{3,6} rad = \frac{5\pi}{6} rad \text{ και}$$

$$\theta_2 = \omega_2 t_1 = 1,2 \frac{\pi}{3,6} rad = \frac{\pi}{3} rad$$

$$\text{οπότε πράγματι } \theta_1 - \theta_2 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} rad$$

ii) Τη στιγμή t_2 αντίστοιχα έχουμε:

$$\theta_1 = \omega_1 t_2 = 3 \frac{\pi}{0,9} rad = \frac{10\pi}{3} rad \text{ και}$$

$$\theta_2 = \omega_2 t_2 = 1,2 \frac{\pi}{0,9} rad = \frac{4\pi}{3} rad$$

οπότε πράγματι $\theta_1 - \theta_2 = \frac{10\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} rad = 2\pi rad$, πράγμα που σημαίνει ότι το Α σώμα έχει

κάνει μια πλήρη στροφή και έχει «φτάσει» το Β σώμα, το οποίο έχει στραφεί «μόνο» κατά 240° .

iii) Τέλος τη στιγμή t_3 αντίστοιχα έχουμε:

$$\theta_1 = \omega_1 t_3 = 3 \frac{10\pi}{3} rad = 10\pi rad \text{ και}$$

$$\theta_2 = \omega_2 t_3 = 1,2 \frac{10\pi}{3} rad = 4\pi rad$$

πράγμα που σημαίνει ότι το Α σώμα έχει εκτελέσει 5 περιστροφές ενώ το Β μόνο 2, αλλά και τα δυο σώματα βρίσκονται στις αρχικές τους θέσεις.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης