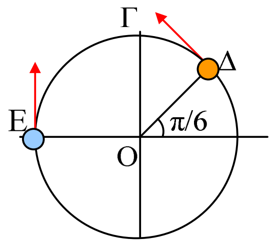
Κυκλική κίνηση. Ερωτήσεις με δικαιολόγηση.

1) Δύο κινητά Α και Β που εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, για t=0 περνούν από τα σημεία Δ και Ε κινούμενα όπως στο σχήμα. Την χρονική στιγμή t=2s τα δύο κινητά διασταυρώνονται στο σημείο Γ, για πρώτη φορά.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.



i) Η γωνιακή μετατόπιση του Α κινητού είναι ίση με $\frac{\pi}{3}$.

ii) Η γωνιακή μετατόπιση του Β κινητού είναι ίση με $-\frac{\pi}{2}$.

iii) Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών συνδέονται με την σχέση: $3\upsilon_1=2\upsilon_2$.

iv) Το Β κινητό έχει γωνιακή ταχύτητα ίση με $-\frac{\pi}{4}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Θεωρώντας θετική φορά περιστροφής, την αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, κάθε γωνία που διαγράφεται αριστερόστροφα θεωρείται θετική και αντίθετα θεωρείται αρνητική η γωνία που διαγράφεται σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών. Έτσι στο παράδειγμά μας η γωνία που διαγράφει το Α κινητό θεωρείται θετική, ενώ το Β αρνητική.

Εξάλλου, κατά αναλογία με την ευθύγραμμη κίνηση η θέση του κινητού εδώ περιγράφεται από μια γωνία, ενώ η μετατόπισή του με την μεταβολή της γωνίας ή με άλλα λόγια με την γωνία που διαγράφει η επιβατική του ακτίνα.

i) Με βάση τα παραπάνω το κινητό Α όταν μετακινείται από το Δ στο Γ, διαγράφει γωνία $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$, συνεπώς η γωνιακή του μετατόπιση είναι ίση με $\frac{\pi}{3}$ και η πρόταση είναι σωστή.

ii) Αντίστοιχα το Β κινητό διαγράφει γωνία $\frac{\pi}{2}$, αλλά με φορά περιστροφής, την φορά των δεικτών του ρολογιού, συνεπώς η γωνιακή του μετατόπιση είναι $\Delta\vartheta=-\frac{\pi}{2}$. Η πρόταση είναι λοιπόν σωστή.

iii) Για τα **μέτρα** των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών έχουμε:

$$\upsilon_1=\omega_1 R=\frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta t}R \text{ και } \upsilon_2=\omega_2 R=\frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta t}R$$

Οπότε με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_2} \text{ ή}$$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{3}\rightarrow$$

$$3\upsilon_1=2\upsilon_2$$

Η πρόταση είναι σωστή.

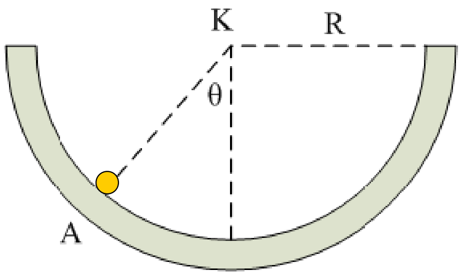
iv) Για την γωνιακή ταχύτητα του Β κινητού έχουμε:

$$\omega_2=\frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta t}=\frac{-\frac{\pi}{2}rad}{2s}=-\frac{\pi}{4}rad/s$$

Το (-) στην παραπάνω τιμή δείχνει ότι το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα, στο κέντρο Ο της κυκλικής τροχιάς.

Η πρόταση είναι σωστή.

2) Μικρή σφαίρα μάζας m, αφήνεται ελεύθερη από το ανώτατο χείλος ημικυλινδρικής επιφάνειας, ακτίνας R και ολισθαίνει, χωρίς τριβές, στο εσωτερικό της.



i) Όταν η σφαίρα περνά από τη θέση Α, δέχεται δύναμη (κάθετη αντίδραση Ν), από την επιφάνεια με κατεύθυνση προς το κέντρο Κ της τροχιάς.

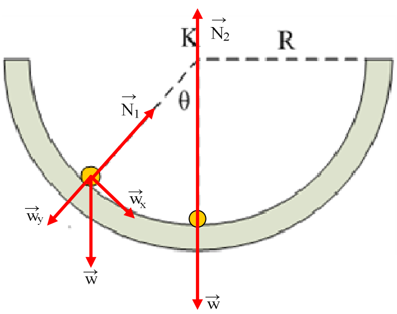
ii) Το μέτρο της παραπάνω δύναμης είναι ανάλογο του τετραγώνου της ταχύτητας της σφαίρας.

iii) Τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς της, δέχεται δύναμη από την επιφάνεια, μεγαλύτερου μέτρου από το βάρος mg.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στις δύο θέσεις που αναφέρονται.



i) Στην θέση Α, αφού δεν υπάρχει τριβή η αντίδραση του επιπέδου είναι κάθετη στην επιφάνεια, οπότε κατευθύνεται προς το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς.

ii) Για τη συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου, έχουμε:

$$\sum F_R=m\frac{\upsilon^2}{R}\rightarrow$$

$$N_1-w_y=m\frac{\upsilon^2}{R}\rightarrow$$

$$N_1 = w_y + m\frac{\upsilon^2}{R}$$

Κατά συνέπεια η κάθετη αντίδραση δεν είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας (μην ξεχνάτε τον σταθερό όρο w_y)!!!

iii) Για την κατώτερη θέση της τροχιάς έχουμε επίσης:

$$\sum F_R = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow$$

$$N_2 - w = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow$$

$$N_2 = mg + m\frac{\upsilon^2}{R}$$

Συνεπώς πράγματι η κάθετη αντίδραση του ημισφαιρίου, έχει μεγαλύτερο μέτρο από το βάρος mg.

Επιμέλεια
Διονύσης Μάργαρης