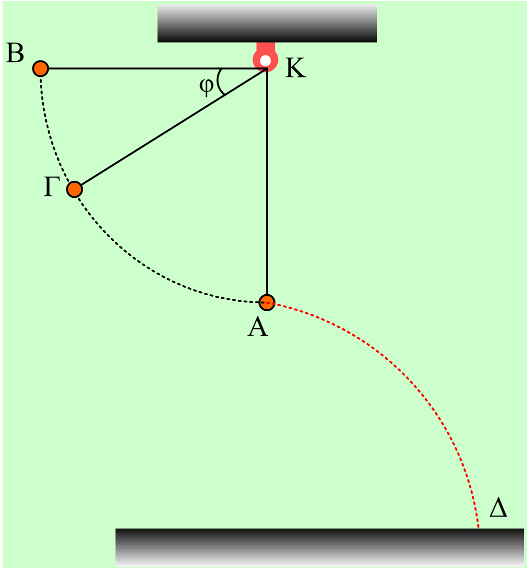
Μια οριζόντια βολή διαδέχεται μια κυκλική.



Μια μικρή σφαίρα μάζας 0,2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους ℓ=1,25m (θέση Α), το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Κ, το οποίο βρίσκεται σε ύψους Η=2,5m από το έδαφος.

Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση Β, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο κόβεται, οπότε τελικά η σφαίρα φτάνει στο έδαφος στο σημείο Δ.

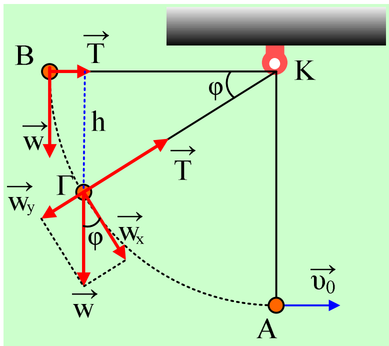
i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας και η τάση του νήματος αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί (θέση Β).

ii) Σε μια στιγμή το νήμα σχηματίζει γωνία φ=30° με την οριζόντια διεύθυνση. Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση αυτή;

iii) Να βρεθεί η απόσταση (ΚΔ) του σημείου πρόσδεσης του νήματος και του σημείου πρόσπτωσης της σφαίρας στο έδαφος.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στη θέση Β, αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί. Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

Στην οριζόντια διεύθυνση, διεύθυνση της ακτίνας του διαγραφόμενου κύκλου:

$$\Sigma F = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow T = m\frac{\upsilon^2}{R} = 0$$

Αφού η ταχύτητα της σφαίρας είναι μηδενική.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση, εφαπτομενικά στον κύκλο:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } w = m\cdot\alpha \rightarrow mg = m\alpha \text{ ή } \alpha = g$$

Δηλαδή η σφαίρα ξεκινά την κίνησή της έχοντας κατακόρυφη επιτάχυνση ίση με g, αφού στην πραγματικότητα η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του σώματος.

ii) Αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες w_x και w_y, όπως στο σχήμα, οπότε η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας, αντιστοιχεί στην κεντρομόλο δύναμη.

$$\Sigma F_y = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow T - w_y = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow$$

$$T - mg\eta\mu\varphi = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow T = mg\eta\mu\varphi + m\frac{\upsilon^2}{R} \quad (1)$$

Αλλά η μόνη δύναμη που παράγει έργο κατά τη διάρκεια της κίνησης είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ έχουμε:

$$K_B+U_B=K_Γ+U_Γ \text{ ή}$$

$$mgh= ½\, mυ^2$$

και αφού λάβουμε υπόψη μας ότι h=ℓ·ημφ, η (1) δίνει:

$$T = mgημφ + m\frac{υ^2}{R} = mgημφ + \frac{2mgh}{\ell} = mgημφ + \frac{2mg\ellημφ}{\ell} \rightarrow$$

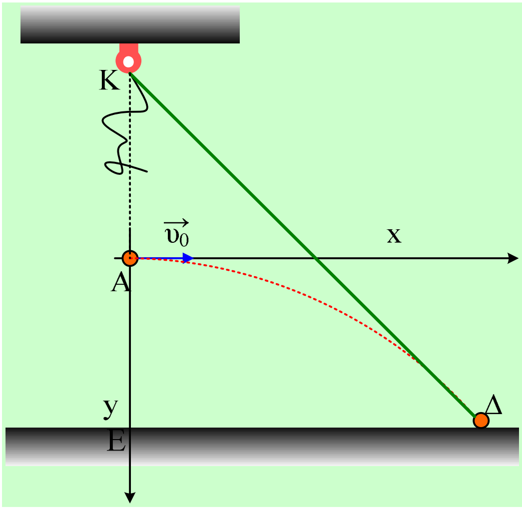
$$T = 3mg \cdot ημφ = 3 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} N = 3N$$

iii) Για να βρούμε την ταχύτητα $υ_0$ με την οποία η σφαίρα φτάνει στη θέση Α (βλέπε παραπάνω σχήμα) εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Β και Α, θεωρώντας τώρα επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α.

$$K_B+U_B=K_A+U_A \text{ ή}$$

$$mg\ell = \frac{1}{2} mυ_0^2 \rightarrow$$

$$υ_0 = \sqrt{2g\ell} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}25} m./s = 5m/s$$



Από εκεί και πέρα το νήμα κόβεται, η μόνη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος και θα εκτελέσει οριζόντια βολή. Θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, την μελετάμε σαν την επαλληλία μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης στον οριζόντιο άξονα x και μιας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα y, οπότε έχουμε:

$υ_x=υ_0$ (1) $x= υ_0 t$ (2)

$υ_y=gt$ (3) $y= ½\, gt^2$ (4)

Τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο σημείο Δ, y=H-ℓ=1,25m οπότε με απαλοιφή του χρόνο μεταξύ των (2) και (4) παίρνουμε:

$$y = \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \rightarrow$$

$$x = υ_o t = υ_o \sqrt{\frac{2y}{g}} = 5\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}25}{10}} m = 2{,}5m$$

Αλλά εφαρμόζοντας το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΕΔ παίρνουμε:

$$(KΔ) = \sqrt{(KE)^2 + (EΔ)^2} = \sqrt{2{,}5^2 + 2{,}5^2} m = 2{,}5\sqrt{2} m$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια: ***Διονύσης Μάργαρης***