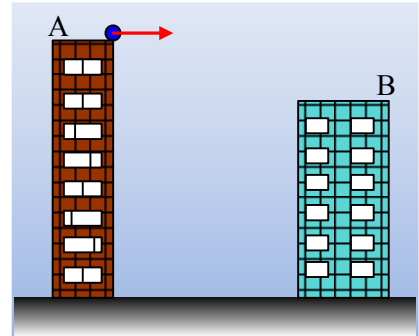


Πού θα πάει η μπάλα;

Δύο κτήρια απέχουν 30m. Από το ψηλότερο A, που έχει ύψος $H=60\text{m}$, εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, με σκοπό να φτάσει στην ταράτσα του χαμηλότερου κτηρίου B, που έχει ύψος $h=40\text{m}$ και πλάτος $a=10\text{m}$.



- i) Θα φτάσει η μπάλα στην ταράτσα του B κτηρίου;
- ii) Για ποιες τιμές της ταχύτητας η μπάλα θα πέσει στην ταράτσα του B κτηρίου;
- iii) Εκτοξεύουμε οριζόντια την μπάλα με ταχύτητα $v_{01}=22\text{m/s}$. Θα μπορέσει να την πιάσει ένα παιδί, που βρίσκεται στην ταράτσα του B κτηρίου, αν έχει την ικανότητα πηδώντας, να την σταματήσει ακόμη και σε ύψος 2,8m;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Έστω ένα σύστημα αξόνων x, y , όπως στο σχήμα. Στον άξονα x η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στον κατακόρυφο άξονα y η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση, οπότε:

Άξονας x	Άξονας y
$v_x=v_0$ (1)	$v_y=gt$ (3)
$x=v_0 \cdot t$ (2)	$y= \frac{1}{2} gt^2$ (4)

- i) Για να φτάσει η μπάλα στο B κτήριο (αριστερή πλευρά του) θα χρειαστεί χρόνο t_1 , ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση (2) αν θέσουμε $x=d=30\text{m}$.

$$d = v_0 t_1 \rightarrow t_1 = \frac{d}{v_0} = \frac{30}{10} \text{ s} = 3\text{s}$$

Με αντικατάσταση στην (4) παίρνουμε:

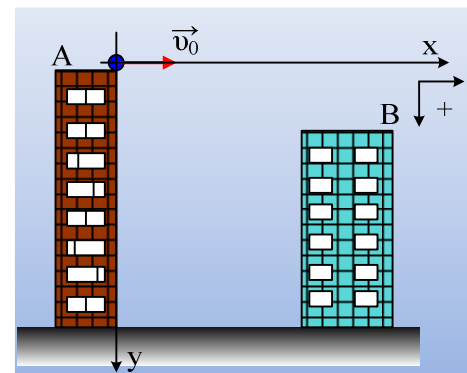
$$y = \frac{1}{2} gt_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 \text{ m} = 45\text{m}$$

πράγμα που σημαίνει ότι η μπάλα θα κτυπήσει στην πλευρά του κτηρίου B σε ύψος από το έδαφος 15m.

- ii) Για να φτάσει η μπάλα στην ταράτσα του B κτηρίου, θα πρέπει να μετατοπισθεί κατά $y=H-h=20\text{m}$ στην κατακόρυφη διεύθυνση. Αλλά τότε από την (4) παίρνουμε:

$$y = \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} \text{ s} = 2\text{s}$$

Ανάλογα τώρα με την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης, θα πέσει σε διαφορετικό σημείο της ταράτσας. Αν θέλουμε να κτυπήσει κοντά στην αριστερή πλευρά, τότε θα έχει διανύσει οριζόντια απόσταση $x=d=30\text{m}$ και από την (2) παίρνουμε



$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{30m}{2s} = 15m/s$$

Αντίστοιχα, για να κτυπήσει στην δεξιά πλευρά θα πρέπει $x=d+a=40m$ και θα έχουμε:

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{40m}{2s} = 20m/s$$

Για κάθε ενδιάμεση τιμή ταχύτητας, θα κτυπήσει και σε ενδιάμεση απόσταση. Συνεπώς η αρχική ταχύτητα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$15m/s \leq v_0 \leq 20m/s$$

iii) Προφανώς για την ταχύτητα $22m/s$, η μπάλα θα περάσει πάνω από την ταράτσα, όπως στο σχήμα, όπου η τροχιά της είναι μια παραβολή. Συνεπώς αν θέλει το παιδί να μπορέσει να πιάσει την μπάλα, θα πρέπει να σταθεί στην δεξιά πλευρά της ταράτσας, που η μπάλα θα βρίσκεται σε χαμηλότερο ύψος.

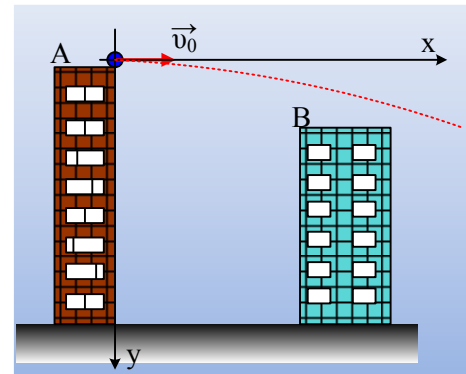
Αλλά στην πλευρά αυτή θα φτάσει σε χρόνο:

$$x = v_0 t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} = \frac{d+a}{v_0} = \frac{40m}{22m/s} = \frac{20}{11}s$$

Στον ίδιο χρόνο έχει μετατοπισθεί κατακόρυφα κατά:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \left(\frac{20}{11}\right)^2 m \approx 16,5m$$

Αλλά τότε βρίσκεται σε ύψος $h_1=(H-h)-y=20m-16,5m=3,5m$ από την ταράτσα και το παιδί, δεν θα μπορέσει να την πιάσει, αφού μόνο μέχρι ύψος $2,80m$ μπορεί να φτάσει το χέρι του, πηδώντας κατακόρυφα.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης