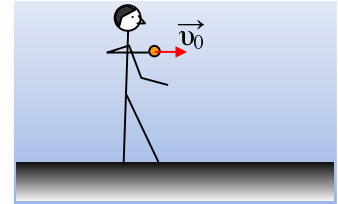


Μια μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια.

Ένα παιδί μάζας 50kg είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κρατώντας στο χέρι του μια σφαίρα μάζας 1kg. Σε μια στιγμή εκτοξεύει τη σφαίρα οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, από ύψος $h=1,8\text{m}$.



- i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- ii) Πόσο απέχει η σφαίρα από το παιδί, τη στιγμή που αγγίζει το έδαφος;
- iii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F_1 που άσκησε το παιδί στην μπάλα κατά την εκτόξευσή της και το έργο της αντίδρασής της F_2 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η κίνηση της σφαίρας μπορεί να θεωρηθεί σύνθετη, αποτελούμενη από μια ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα x και μια ελεύθερη πτώση (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη) στον κατακόρυφο άξονα y . Έτσι οι εξισώσεις κίνησης της σφαίρας είναι:

$$v_x = v_0 \quad (1) \qquad v_y = gt \quad (3)$$

$$x = v_0 t \quad (2) \qquad y = \frac{1}{2} gt^2 \quad (4)$$

Τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος $y=h$, οπότε η (4) δίνει:

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} \text{ s} = 0,6 \text{ s}$$

Με αντικατάσταση της τιμής αυτής στην (3) βρίσκουμε $v_y = gt = 10 \cdot 0,6 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$ και τότε το μέτρο της τελικής ταχύτητας της σφαίρας είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} \text{ m/s} = \sqrt{136} \text{ m/s}$$

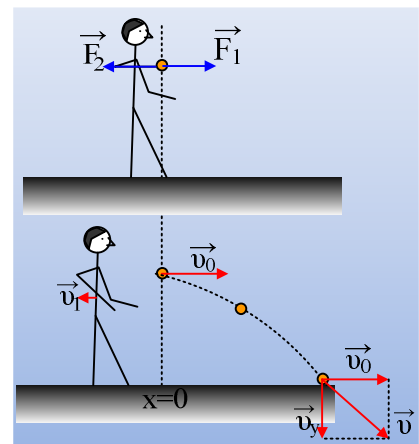
$$\text{Οπότε } K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 (\sqrt{136})^2 \text{ J} = 68 \text{ J}$$

- ii) Το σύστημα παιδί-σφαίρα είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετα}} \rightarrow 0 = m v_0 + M v_1 \rightarrow$$

$$v_1 = -\frac{m v_0}{M} = -\frac{1 \cdot 10}{50} \text{ m/s} = -0,2 \text{ m/s}$$

Δηλαδή το παιδί θα κινηθεί προς τα αριστερά, μετά την εκτόξευση της σφαίρας. Έτσι τη στιγμή $t=0,6\text{s}$, η σφαίρα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $x_1 = v_0 t = 10 \cdot 0,6 \text{ m} = 6 \text{ m}$, ενώ αντίστοιχα το παιδί έχει μετατοπιστεί κατά $x_2 = v_1 \cdot t = -0,2 \cdot 0,6 \text{ m} = -0,12 \text{ m}$, προς τα αριστερά. Συνεπώς η απόστασή τους (οριζόντια απόσταση) είναι:



$$D=x_1+|x_2|=6\text{m}+0,12\text{m}=6,12\text{m}.$$

iii) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής για κάθε σώμα, κατά τη διάρκεια της εκτόξευσης, έχουμε:

$$\text{Για σφαίρα: } K_{\text{τελ}}-K_{\text{αρχ}}=W_{F_1} \rightarrow W_{F_1} = \frac{1}{2}m v_0^2 = \frac{1}{2}1 \cdot 10^2 J = 50J$$

$$\text{Για το παιδί: } K_{\text{τελ}}-K_{\text{αρχ}}=W_{F_2} \rightarrow W_{F_2} = \frac{1}{2}M v_1^2 = \frac{1}{2}50 \cdot 0,2^2 J = 1J$$

Σχόλια:

1) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, θα μπορούσε να υπολογιστεί και εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, αφού η μόνη δύναμη που ασκείται πάνω της κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη:

$$K_{\text{αρχ}}+U_{\text{αρχ}}=K_{\text{τελ}}+U_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2}m v^2 \rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2}m v^2 = \frac{1}{2}m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2}1 \cdot 10^2 J + 1 \cdot 10 \cdot 1,8J = 68J$$

Παραπάνω προτιμήσαμε τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής, αφού μας ζητούσαν και την οριζόντια απόσταση, συνεπώς μας χρειαζόταν υποχρεωτικά και ο χρόνος.

2) Οι δυνάμεις F_1 και F_2 , που ασκήθηκαν σε σφαίρα-παιδί, στη διάρκεια της εκτόξευσης, είναι ζευγάρι δράσης- αντίδρασης. Το αποτέλεσμα της δράσης τους είναι τα δυο σώματα να αποκτήσουν ίσες κατά μέτρο, ορμές. Πράγματι:

$$0 = m v_0 + M v_1 \rightarrow m v_0 = -M v_1$$

Όμως δεν συμβαίνει το ίδιο και με τις κινητικές ενέργειες που απέκτησαν τα δυο σώματα, αφού η σφαίρα απέκτησε κινητική ενέργεια 50J, ενώ το παιδί μόνο 1J.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Λιονύσης Μάργαρης