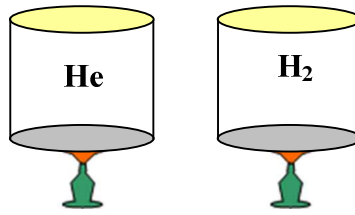


Δύο αέρια με διαφορετική ατομικότητα



Διαθέτουμε δύο δοχεία ίσου όγκου. Στο πρώτο περιέχονται 4g Ηλίου και στο δεύτερο 2g H₂ στην ίδια θερμοκρασία (18°C). Θερμαίνουμε τα δύο αέρια προσφέροντας θερμότητα Q=1.500J σε κάθε αέριο.

- i) Ποια είναι η θερμοκρασία που αποκτά κάθε αέριο;
- ii) Διοχετεύουμε τα παραπάνω αέρια σε ένα τρίτο κενό δοχείο, το οποίο έχει αδιαβατικά τοιχώματα. Να βρεθεί η θερμοκρασία του μίγματος, μετά την αποκατάσταση ισορροπίας.
- iii) Να υπολογιστεί η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο, για το μίγμα αυτό.
- iv) Σε ένα άλλο δοχείο σταθερού όγκου, περιέχεται ένα διαφορετικό μίγμα Ηλίου και Υδρογόνου, μάζας 10g. Προσφέροντας θερμότητα 750J, αυξάνουμε τη θερμοκρασία του μίγματος κατά 10K. Να βρεθεί το ποσοστό των μορίων του μίγματος είναι μόρια Ηλίου.

$$\text{Δίνονται } C_{vHe} = \frac{3}{2}R \text{ και } C_{vH_2} = \frac{5}{2}R, M_{He}=4 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol}, M_{H_2}=2 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol} \text{ και } R = \frac{25}{3} \text{ J/mol} \cdot K$$

Απάντηση:

Βρίσκουμε τον αριθμό των mol κάθε αερίου:

$$n_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 1 \text{ mol} \text{ και } n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 1 \text{ mol}$$

$$\text{i) Για το Ηλιο: } Q = nC_v \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{nC_v} = \frac{Q}{n \frac{3}{2}R} = \frac{2Q}{3nR} = \frac{2 \cdot 1.500}{3 \cdot 1 \cdot \frac{25}{3}} \text{ K} = 120 \text{ K}$$

Συνεπώς η τελική θερμοκρασία του Ηλίου είναι $\theta_1 = \theta_{\text{αρχ}} + \Delta\theta = \theta_{\text{αρχ}} + \Delta T = 138^\circ\text{C}$.

$$\text{Για το Υδρογόνο: } Q = nC_v \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{nC_v} = \frac{Q}{n \frac{5}{2}R} = \frac{2Q}{5nR} = \frac{2 \cdot 1.500}{5 \cdot 1 \cdot \frac{25}{3}} \text{ K} = 72 \text{ K}$$

Έτσι η τελική θερμοκρασία του Υδρογόνου είναι $\theta_2 = \theta_{\text{αρχ}} + \Delta\theta = \theta_{\text{αρχ}} + \Delta T = 90^\circ\text{C}$.

- ii) Εφαρμόζοντας για το μίγμα τον 1^ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W$$

Αλλά Q=W=0 οπότε:

$$\begin{aligned} \Delta U = 0 &\rightarrow U_{\text{αρχ}} = U_{\text{τελ}} \rightarrow U_1 + U_2 = U_1' + U_2' \rightarrow \\ n_1 C_{vHe} T_1 + n_2 C_{vH_2} T_2 &= n_1 C_{vHe} T + n_2 C_{vH_2} T \rightarrow \\ T &= \frac{n_1 C_{vHe} T_1 + n_2 C_{vH_2} T_2}{n_1 C_{vHe} + n_2 C_{vH_2}} \rightarrow \end{aligned}$$

$$T = \frac{n_1 \frac{3R}{2} T_1 + n_2 \frac{5R}{2} T_2}{n_1 \frac{3R}{2} + n_2 \frac{5R}{2}} = \frac{3n_1 T_1 + 5n_2 T_2}{3n_1 + 5n_2} \rightarrow$$

$$T = \frac{3n_1 T_1 + 5n_2 T_2}{3n_1 + 5n_2} = \frac{3 \cdot 1 \cdot (273 + 138) + 5 \cdot 1 \cdot (273 + 90)}{3 \cdot 1 + 5 \cdot 1} = 381K$$

Άρα η τελική θερμοκρασία είναι $\theta = T - 273 = 108^\circ C$.

iii) Αν προσφέρουμε ένα ποσό θερμότητας Q για να θερμάνουμε το μίγμα, ένα μέρος της Q_1 θα απορροφηθεί από το Ήλιο και το υπόλοιπο από το Υδρογόνο.

$$Q = Q_1 + Q_2 \rightarrow$$

$$n_{\text{ολ}} C_v \Delta T = n_1 C_{v1} \Delta T + n_2 C_{v2} \Delta T \rightarrow$$

$$C_v = \frac{n_1 C_{v1} + n_2 C_{v2}}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 \frac{3R}{2} + n_2 \frac{5R}{2}}{n_1 + n_2} = \frac{3n_1 + 5n_2}{2(n_1 + n_2)} R \rightarrow (1)$$

$$C_v = \frac{3n_1 + 5n_2}{2(n_1 + n_2)} R = \frac{3+5}{2(1+1)} R = 2R \rightarrow$$

$$C_v = 2R = \frac{50}{3} J / mol \cdot K$$

iv) Έστω ότι το μίγμα περιέχει x g Ηλίου, συνεπώς και $(10-x)$ g Υδρογόνου, τότε:

$$n_1 = \frac{x \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} = \frac{x}{4} mol \quad \text{και} \quad n_2 = \frac{(10-x) \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{10-x}{2} mol \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } Q = n_{\text{ολ}} C_v \Delta T \rightarrow C_v = \frac{Q}{(n_1 + n_2) \Delta T} \quad (3)$$

Από (1) και (3) παίρνουμε:

$$\frac{Q}{(n_1 + n_2) \Delta T} = \frac{3n_1 + 5n_2}{2(n_1 + n_2)} R \rightarrow$$

$$3n_1 + 5n_2 = \frac{2Q}{R \cdot \Delta T} \xrightarrow{(2)} \rightarrow$$

$$3 \frac{x}{4} + 5 \frac{10-x}{2} = \frac{2Q}{R \cdot \Delta T} \rightarrow$$

$$x = \frac{80 - \frac{8Q}{R \cdot \Delta T}}{7} = \frac{100 - \frac{8 \cdot 750}{25/3 \cdot 10}}{7} g = 4g \rightarrow$$

$$m_2 = 10g - 4g = 6g \quad \text{ή} \quad n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{6 \cdot 10^{-3} kg}{2 \cdot 10^{-3} kg} = 3mol$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι το μίγμα μας αποτελείται από 1mol Ηλίου και 3mol Υδρογόνου, συνεπώς το ποσοστό των μορίων, ίσο με το ποσοστό των mol, του Ηλίου είναι:

$$\pi = \frac{n_1}{n_1 + n_2} 100\% = \frac{1}{1+3} 100\% = 25\%$$

Σχόλιο:

Αν αναμείξουμε 1mol αερίου με θερμοκρασία 138°C με ένα mol αερίου με θερμοκρασία 90°C, θα περίμενε κάποιος η τελική θερμοκρασία να ήταν η μέση τιμή $(138+90)/2=114$ °C. Η πρόβλεψη αυτή είναι σωστή, αρκεί τα δύο αέρια να είχαν την ίδια ατομικότητα ή διαφορετικά να είχαν ίσες γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες. Στο παραπάνω παράδειγμα κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει, αφού ένα μέρος της εσωτερικής ενέργειας που «χάνει» το Ήλιο, μεταφέρεται σαν περιστροφική κινητική ενέργεια των μορίων του Υδρογόνου και η τελική θερμοκρασία είναι μικρότερη (108°C).

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης